Lessen over

Cosmografie

Les 1 : Geografische coördinaten

- Meridianen en parallellen
- Orthodromen of grootcirkels
- Geografische lengte en breedte
- Afstand gemeten langs meridiaan en parallel
- Orthodromische afstand

Egon Wojciulewitsch, 1988

De laatste 200 jaar is er een grondig inzicht gegroeid in de ruimtelijke verdeling van de sterren, waardoor meteen zonder discussie vaststaat dat de schijnbare beweging ‘in blok’ van de sterren omheen de aarde geen beweging van die sterren zelf is, maar het gevolg is van een rotatiebeweging van de aarde. Deze wentelt continu om een welbepaalde as, éénmaal rond in 24 uur. Die wentelingsas snijdt het aardoppervlak in twee punten : de geografische polen, die de **noordpool** en de **zuidpool** worden genoemd[1].

Door de rotatie is de aarde enigszins afgeplat aan de polen : de straal aan de polen is ongeveer 22 km korter dan aan de evenaar. De internationale referentie-geoïde WGS84 (World Geodetic System 1984) geeft voor elke positie op aarde de afstand van het middelpunt van de aarde tot het gemiddeld zeeniveau. Gemiddeld is die afstand ongeveer 6367 kilometer, en in wat volgt, veronderstellen we de aarde gewoon bolvormig met een straal $R = 6367$ kilometer[2].

Meridianen en parallellen

Een **grootcirkel** is een cirkel op het (vanaf nu sferisch veronderstelde) aardoppervlak waarvan het middelpunt samenvalt met het middelpunt van de aarde. Een grootcirkel heeft dus een even grote straal als de aarde zelf, dus 6367 km Het zijn de grootste cirkels die op het aardoppervlak kunnen ‘getekend’ worden, en ze verdelen het aardoppervlak dus in twee gelijke helften. Alle andere cirkels op het aardoppervlak hebben een kleinere straal.

Tussen alle mogelijke grootcirkels op aarde zijn er nog altijd oneindig veel die door de beide aardpolen gaan. Elk vlak dat beide polen bevat, gaat immers meteen door het aardmiddelpunt en snijdt het aardoppervlak dus volgens een grootcirkel. Grootcirkels die door beide aardpolen gaan, heten meridiaancirkels. Door elke plaats op aarde gaat er precies één. Deze wordt door de polen in twee halve cirkels verdeeld. De helft die door de beschouwde plaats gaat, heet de **meridiaan** van die plaats, de andere de **antimeridiaan** van die plaats. Voor elke plaats op aarde (behalve de polen zelf) is er dus exact één meridiaan en één antimeridiaan. Voor het opbouwen van een geografisch coördinatenstelsel (zie verder) wordt de meridiaan door Greenwich gebruikt als referentiemeridiaan en wordt in wat volgt **G-meridiaan** genoemd (fig.1).

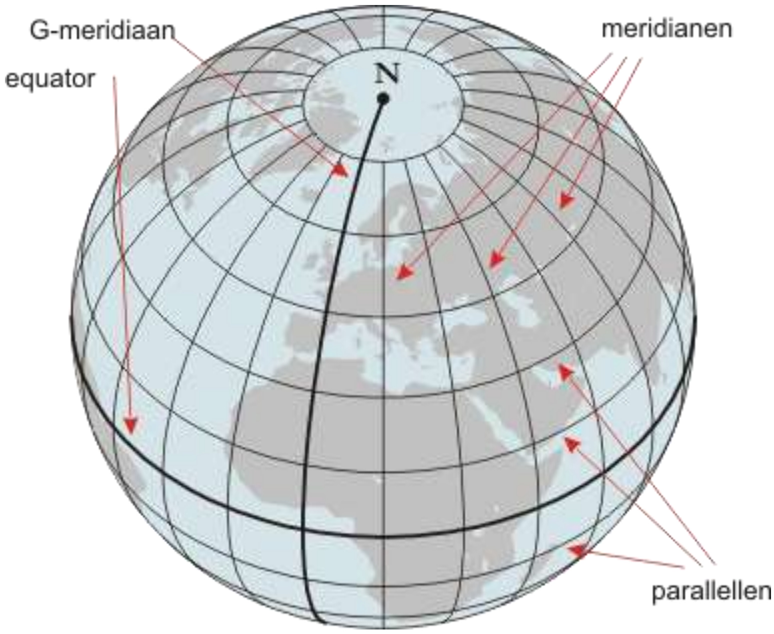
Door elke plaats gaat er ook precies één vlak dat parallel is met het equatorvlak (en dus loodrecht op de aardas). Dit vlak snijdt het aardoppervlak volgens een **parallelcirkel** of kort **parallel**. Twee plaatsen op eenzelfde parallel zijn dus even ver van de evenaar verwijderd, en ook evenver van de polen. Naarmate we dichter bij de polen komen, worden de parallelcirkels kleiner en kleiner. De equator zelf is dus ook een parallel. *Het is wel de enige die tegelijk een grootcirkel is* ! Voor het opbouwen van een geografisch coördinatenstelsel (zie verder) wordt de equator gebruikt als referentieparallel (fig.1).

---

[1] Zowel aan de oppervlakte als in het inwendige ondervindt de aarde heel frequent verschuivingen van massa, waardoor de polen geen echt vaste plaats op het aardoppervlak hebben. Zij schommelen elk rond een gemiddelde positie. De afstand tussen de werkelijke pool en de gemiddelde positie kan oplopen tot meer dan 10 meter.

[2] In de vereenvoudigde opvatting dat het gemiddelde ongeveer halfweg ligt tussen de uitersten, dan schat deze benadering het gemiddeld zeeniveau soms toch nog zo’n 11 km te hoog of te laag. In nogal wat toepassingen is dat niet verwaarloosbaar !

Door elke plaats op aarde gaat er dus precies één meridiaan en één parallel en beide staan loodrecht op elkaar. Tenslotte staat om het even welke parallel steeds loodrecht op om het even welke meridiaan.



Figuur 1 : Meridianen en parallelcirkels.
Equator en G-meridiaan.

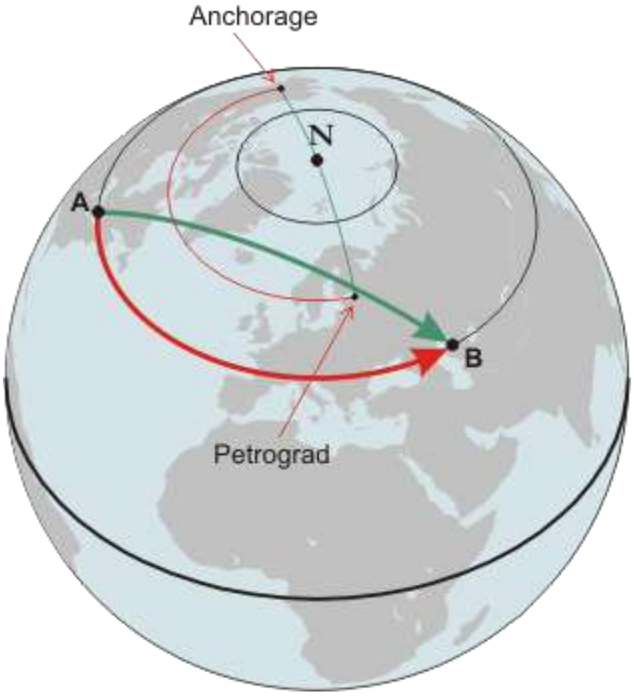
Orthodromen

Door twee gegeven plaatsen op aarde die niet diametraal tegenover elkaar liggen[3], gaat steeds precies één grootcirkel. Beide plaatsen en het aardmiddelpunt bepalen immers precies één vlak, dat het aardoppervlak langs een grootcirkel snijdt. Deze wordt door deze plaatsen (punten) in twee stukken gedeeld. De kortste van deze twee grootcirkelbogen bepaalt meteen de kortste weg tussen beide plaatsen en heet de **orthodroom**[4]. Elke andere mogelijke weg is langer. Voor twee plaatsen die toevallig op dezelfde parallel liggen, loopt de orthodroom dus *niet* langs die parallel (behalve op de equator !)[5]. Behalve de equator zelf zijn parallellen immers geen grootcirkels !

Tussen twee gegeven plaatsen **A** en **B** (fig.2) ligt de orthodroom (groen traject) altijd dichter bij de meest nabije pool dan het traject langs de parallelcirkel (rood traject). Een extreem voorbeeld daarvan heb je als je van Anchorage in Alaska naar Petrograd in Rusland moet. Als je dat langs de kortste weg wil doen, langs de orthodroom dus, dan moet je vanuit Anchorage over de noordpool en dan naar Petersburg, nagenoeg langs de meridiaancirkel

[3] Twee punten op het aardoppervlak liggen diametraal tegenover elkaar als de rechte die hen verbindt door het middelpunt van de aarde gaat. Door dergelijk puntenpaar gaan oneindig veel grootcirkels. Bijvoorbeeld de aardpolen vormen zo'n paar : alle meridianen gaan er door en zijn grootcirkels.
[4] In sommige teksten wordt orthodroom gebruikt als synoniem voor grootcirkel. In deze tekst is het de kortste weg tussen twee gegeven punten, maar in elk geval een stuk van een grootcirkel.
[5] Vooral bij het lezen van atlaskaarten (over grote afstanden) moet men hiervoor opletten. Wat op de kaart de kortste weg lijkt, omdat hij door een rechte lijn wordt voorgesteld is niet noodzakelijk de kortste weg in werkelijkheid.

dus en zeker niet langs de parallel. Bekeken op een globe is dat evident, maar op een mercatorkaart krijg je de indruk dat je langs de parallel moet.



Figuur 2 : Tussen twee punten A en B op eenzelfde parallel is het traject langs die parallel (rood) langer dan langs de orthodroom (groen), behalve op de equator. De groene cirkelboog ligt op een cirkel waarvan het vlak door het middelpunt van de aarde gaat. Voor de parallelcirkel (rood) is dat niet het geval.

De lengte van de orthodroom heet de orthodromische afstand tussen de beschouwde plaatsen. Vermits de straal van elke grootcirkel gelijk is aan de gemiddelde aardstraal R = 6367 km, hebben ze ook alle dezelfde lengte gelijk aan

$$2\pi R = 2\times 3{,}14159\times 6367 = 40005 \text{ km.}$$

Vermits een volledige cirkel 360° meet, komt elke graad van een grootcirkel dus overeen met een afstand van 40005/360 = 111,12 km. Met één boogminuut van een grootcirkel komt dan 1,852 km overeen. Dit is per definitie de **nautical mile** : 1 Nm = 1,852 km. Eén boogseconde komt dan overeen met ongeveer 31 m. Dit alles geldt ook op alle meridianen en op de equator vermits dat eveneens grootcirkels zijn. Dat geldt echter *niet* op de parallelcirkels verschillend van de equator.

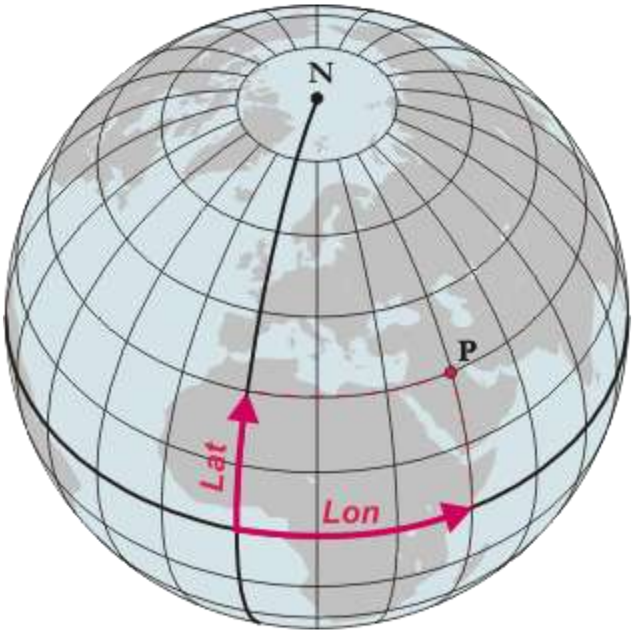
De geografische breedte

De **geografische breedte** of **latitude** *Lat* van een gegeven plaats wordt gedefinieerd als de lengte van de meridiaanboog begrepen tussen de evenaar en de parallel van die plaats, en wordt uitgedrukt in graden (fig.3). Plaatsen op dezelfde parallelcirkel hebben dezelfde geografische breedte en omgekeerd. Voor elke plaats op de evenaar geldt *Lat* = 0°. Voor plaatsen op het noordelijk halfrond spreekt men van **noorderbreedte** aangeduid met de letter N , voor plaatsen op het zuidelijk halfrond van **zuiderbreedte** aangeduid met S.

Vermits de aardas loodrecht staat op het equatorvlak, meet een meridiaanboog tussen één van de polen en de evenaar steeds 90°. De geografische breedte van de noordpool is dus 90°N en van de zuidpool 90°S. De geografische breedte is dus nooit groter dan 90°.

<u>Voorbeelden :</u>

Voor Antwerpen geldt *Lat* = 51°13'N, voor Johannesburg *Lat* = 26°15'S en voor Kisangani *Lat* = 0°30'S.



Figuur 3 : Geografische lengte (*Lon*) en breedte (*Lat*) van een gegeven plaats **P** op aarde.

De geografische lengte

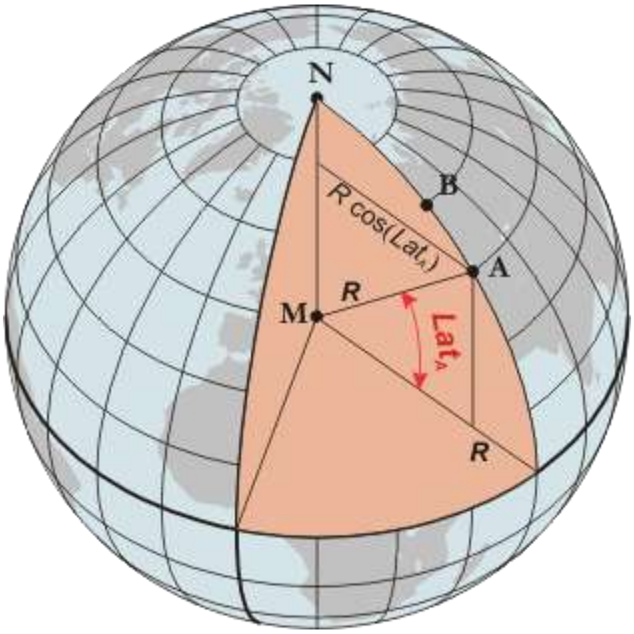
De **geografische lengte** of **longitude** *Lon* van een gegeven plaats is gedefinieerd als de lengte van de kortste equatorboog, uitgedrukt in graden, tussen de G-meridiaan en de meridiaan van de plaats zelf (fig.3). Plaatsen op dezelfde meridiaan hebben dezelfde geografische lengte en omgekeerd. Voor alle plaatsen op de G-meridiaan geldt *Lon* = 0°. Voor alle plaatsen op de G-antimeridiaan geldt *Lon* = 180°. Ten westen van Greenwich spreken we van **westerlengte** aangeduid met W, ten oosten van Greenwich van oosterlengte aangeduid met E. De geografische lengte is bij definitie nooit groter dan 180°.

<u>Voorbeelden :</u>

Voor Antwerpen geldt *Lon* = 4°25E', voor New York *Lon* = 74°01'W en voor Kisangani *Lon* = 28°00'E.

Afstand gemeten langs meridiaan en parallel

Vermits meridianen grootcirkelbogen zijn, geldt dat één boogminuut langs een meridiaan gemeten, overeenkomt met 1 Nm = 1,852 km, zoals eerder werd aangetoond. Dit geldt om dezelfde reden ook op de equator. Dit geldt echter *niet* op de parallelcirkels verschillend van de equator ! De lengte van een parallelcirkel is afhankelijk van de geografische breedte *Lat* die hij vertegenwoordigt.



Figuur 4 : Als *R* de straal is van de aarde en dus van de equator,
dan is de straal *r* van een parallelcirkel gelijk aan $r = R \times \cos Lat$.

In figuur 4 is duidelijk dat de straal van de parallelcirkel voor de breedte *Lat* gelijk is aan :

$$r = R \times \cos Lat$$

De lengte van een parallelcirkel is dus gelijk aan

$$2\pi \times R \times \cos Lat = 40005 \times \cos Lat \text{ km.}$$

Dat betekent dus

$$111{,}12 \times \cos Lat \text{ km}$$

voor één graad van een parallelcirkel, en

$$1{,}852 \times \cos Lat \text{ km} = 1 \times \cos Lat \text{ Nm}$$

voor één boogminuut van een parallelcirkel.

Voorbeeld :

In Antwerpen geldt Lat = 51°. Eén boogminuut langs de parallelcirkel komt dan overeen met

$$1{,}852 \times \cos 51° = 1{,}166 \text{ km.}$$

Eén boogseconde met 19 m. Dat betekent concreet, dat als we ons 1,166 km precies in de oost-west richting verplaatsen, dat onze geografische lengte met één boogminuut verandert; toeneemt als we ons van de G-meridiaan verwijderen, in het andere geval afneemt. Dezelfde verplaatsing in de noord-zuid richting zou de geografische breedte met slechts 38 boogseconden veranderen.

Afstand gemeten langs de orthodroom

Er werd reeds opgemerkt dat de kortste weg tussen twee gegeven plaatsen op aarde bepaald is door de kortste grootcirkelboog tussen beide plaatsen : de orthodroom. De overeenkomstige afstand d, orthodromische afstand genoemd, kan berekend worden zodra de booglengte δ van die orthodroom gekend is. Elke boogminuut van een grootcirkel komt immers overeen met 1 Nm = 1,852 km, zodat $d^{(\mathrm{Nm})} = \delta^{(')}$! Op een meridiaan geeft het breedteverschil in boog*minuten* uitgedrukt dus meteen de orthodromische afstand in nautical mile :

$$d^{(\mathrm{Nm})} = \delta^{(')} = \Delta Lat^{(')}$$

waarin $\Delta Lat = Lat_B - Lat_A$ het verschil van de geografische breedtes is.

Om dezelfde reden wordt *op de equator* de orthodromische afstand in nautical mile gevonden als het lengteverschil uitgedrukt in boogminuten

$$d^{(\mathrm{Nm})} = \delta^{(')} = \Delta Lon^{(')}$$

waarin $\Delta Lon = Lon_B - Lon_A$ het verschil van de geografische lengtes is. *Deze formule is echter enkele geldig op de equator* ! Van alle parallelcirkels is enkel de equator een grootcirkel.

Om δ te berekenen in alle andere gevallen moeten we beroep doen op een iets ingewikkelder formule uit de boldriehoeksmeting. Voor de kenners : het is een aan dit probleem aangepaste versie van de cosinusregel uit de boldriehoeksmeting.

Als van beide plaatsen A en B de geografische coördinaten gekend zijn, dan kan cos δ en dus δ zelf berekend worden met :

$$\cos\delta = \sin Lat_A \sin Lat_B + \cos Lat_A \cos Lat_B \cos \Delta Lon$$

waarin zuiderbreedte en westerlengte als negatief moet worden opgevat[6].

[6] Sommigen verkiezen westerlengte positief en oosterlengte negatief. Dit heeft echter geen invloed op de resultaten.

Voorbeelden :

De orthodromische afstand van
Antwerpen (51°13'N - 4°25'E) naar Vilnius (54°41' - 25°17'E) is :

$$\cos\delta = \sin 51°13' \sin 54°41' + \cos 51°13' \cos 54°41' \cos(25°17' – 4°25') = 0{,}97442$$
$$\delta = 12°59' = 779' \qquad \text{waaruit} \qquad d = 779 \text{ Nm} = 1443 \text{ km.}$$

De orthodromische afstand van
New York (40°43'N - 74°00'W) naar Johannesburg (26°15'S - 28°00'E) is :

$$\cos\delta = \sin 40°43' \sin(-26°15') + \cos 40°43' \cos(-26°15') \cos[28°00' – (–74°11')] = -0{,}42985$$
$$\delta = 115°27' = 6927' \qquad \text{waaruit} \qquad d = 6927 \text{ Nm} = 128296 \text{ km.}$$